

Решение задачи 9 (II уровень)

Обозначим исходные температуры горячей и холодной воды в калориметрах через t_2 и t_x соответственно. Рассчитаем, какая температура t_1 установится в "холодном" калориметре после переливания в него горячей воды массой Δm . Из уравнения теплового баланса имеем:

$$cm(t_1 - t_x) = c\Delta m(t_2 - t_1).$$

Здесь m – исходная масса воды, находившейся в каждом из калориметров, c – удельная теплоемкость воды. Из этого уравнения находим:

$$t_1 = \frac{m t_x + \Delta m t_2}{m + \Delta m} = \frac{k t_2 + t_x}{k + 1},$$

где введено обозначение $k = \Delta m/m < 1$. Далее находим, какая температура t_2 установится в "горячем" калориметре после переливания в него массы воды Δm из "холодного" калориметра. Из уравнения теплового баланса имеем:

$$c(m - \Delta m)(t_2 - t_2) - c\Delta m(t_2 - t_1).$$

Отсюда:

$$t_2 = \frac{(m - \Delta m)t_2 + \Delta m t_1}{m} = k t_1 + (1 - k)t_2 = \frac{k t_x + t_2}{1 + k}.$$

Тогда после одного переливания туда-обратно разность температур в калориметрах составит

$$t_2 - t_1 = (t_2 - t_x) \frac{1 - k}{1 + k}.$$

Ясно, что для того, чтобы получить разность температур в калориметрах ($t_4 - t_3$) после второго переливания туда-обратно, нужно в последней формуле заменить t_2 на t_2 и t_x на t_1 :

$$t_4 - t_3 = (t_2 - t_1) \frac{1 - k}{1 + k} = (t_2 - t_x) \frac{(1 - k)^2}{(1 + k)^2}.$$

Таким образом, понятно, что при каждом переливании туда-обратно разность температур изменяется в $(1 - k)/(1 + k)$ раз. В нашем случае $t_2 - t_x = 10^0\text{C}$, $\Delta m = 200$ г, откуда $k = 0,25$, и $(1 - k)/(1 + k) = 0,6$. С учетом этого окончательно имеем: разность температур после первого переливания туда-обратно будет равна $10^0\text{C} \cdot 0,6 = 6^0\text{C}$, после второго переливания $10^0\text{C} \cdot 0,6^2 = 3,6^0\text{C}$, после третьего переливания $10^0\text{C} \cdot 0,6^3 \approx 2,2^0\text{C}$, после четвертого $10^0\text{C} \cdot 0,6^4 \approx 1,3^0\text{C}$, после пятого $10^0\text{C} \cdot 0,6^5 \approx 0,8^0\text{C}$. Значит, для того, чтобы разность температур воды в калориметрах стала меньше 1^0C , достаточно сделать пять переливаний.